
**ЦЕЛЬ ОПЫТА**

Определение коэффициента кручения и модуля сдвига

**ПОРЯДОК  
ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТА**

- Определить коэффициенты кручения цилиндрических стержней как функцию их длины.
- Определить коэффициенты кручения цилиндрических стержней как функцию их диаметра.
- Определить коэффициенты кручения цилиндрических стержней, изготовленных из различных материалов, а также определить их модули сдвига.

**КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ**

Для деформирования твердых тел требуется приложение внешней силы. Она действует, преодолевая собственное сопротивление тела деформации, которое зависит от материала, из которого изготовлено тело, а также его геометрии и направления приложенной силы. Деформация является упругой, обратимой и пропорциональной приложенной силе до тех пор, пока эта сила не слишком велика. Одним из часто исследуемых примеров является скручивающее усилие, прилагаемое к ровному цилиндрическому стержню, который закреплен на одном конце. Сопротивление стержня деформации можно численно анализировать и определять на установке, позволяющей инициировать колебания собственно стержня и диска маятника и затем измерять период этих колебаний.

**ТРЕБУЕМОЕ ОБОРУДОВАНИЕ**

Количество	Наименование	№ по каталогу
1	Устройство для исследования скручивания	U8557300
1	Дополнительный набор к устройству для исследования скручивания	U8557430
1	Рамка с фотоэлементами	U11365
1	Цифровой счетчик (230 В, 50/60 Гц)	U8533341-230 или
	Цифровой счетчик (115 В, 50/60 Гц)	U8533341-115

**ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ**

Для деформирования твердых тел требуется приложение внешней силы. Она действует, преодолевая собственное сопротивление тела деформации, которое зависит от материала, из которого изготовлено тело, а также его геометрии и направления приложенной силы. Деформация является упругой, обратимой и пропорциональной приложенной силе до тех пор, пока эта сила не слишком велика.

Одним из часто исследуемых примеров является крутящее усилие, прилагаемое к ровному цилиндрическому стержню, который закреплен на одном конце, благодаря чему возможен численный анализ сопротивления

стержня деформации. Это возможно благодаря разделению стержня на радиальные и цилиндрические сегменты длиной  $L$ . До тех пор, пока стержень не изгибается, скручивающее усилие прилагается к незафиксированному концу и скручивает этот конец стержня на небольшой угол  $\psi$ , вызывая поворот сегментов, которые все имеют радиус  $r$ , на следующий угол:

$$(1) \quad \alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

(см. рис. 1). Тогда напряжение сдвига будет выражаться формулой:

$$(2) \quad \tau_r = \frac{dF_{r,sp}}{dA_{r,sp}} = G \cdot \alpha_r$$

$G$ : модуль сдвига материала стержня

Компонент силы  $dF_{r,sp}$ , действующей в тангенциальном направлении на лицевую часть стержня:

$$(3) \quad \Delta A_{r,sp} = r \cdot d\varphi \cdot dr$$

определяется по формуле:

$$(4) \quad dF_{r,sp} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\varphi \cdot dr$$

Теперь легко рассчитать силу  $dF_r$ , требуемую для скручивания всего полого цилиндра радиусом  $r$  на угол  $\psi$ , вместе с соответствующим моментом  $dM_r$ :

$$(5) \quad dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Тогда для твердого стержня радиусом  $r_0$  кручение будет определяться по формуле:

$$(6) \quad M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi, \quad \text{где } D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

Момент  $M$  остается пропорциональным углу поворота  $\psi$  в результате кручения, т. е. коэффициент жесткости при скручивании  $D$  является постоянным до тех пор, пока момент  $M$  не слишком велик. Если момент слишком высокий, деформация становится пластичной и необратимой. Чтобы определить коэффициент жесткости при скручивании в этом опыте, диск маятника соединяется с незафиксированным концом стержня. Пока угол отклонения не слишком велик, диск будет колебаться относительно оси скручивания с периодом

$$(7) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

$J$ : момент инерции диска маятника

Когда момент инерции известен, коэффициент жесткости при скручивании можно определить по периоду колебаний. Чтобы повысить точность, общий момент инерции делится на момент инерции  $J_0$  диска маятника и момент инерции двух дополнительных грузов  $m$ , которые расположены на радиусе  $R$  оси скручивания:

$$(8) \quad J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

Затем измеряется период колебаний  $T$  диска маятника с дополнительными грузами вместе с периодом колебаний  $T_0$  диска маятника без грузов.

**ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ**

Уравнение для определения коэффициента кручения получается из уравнений (7) и (8), как описано ниже:

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

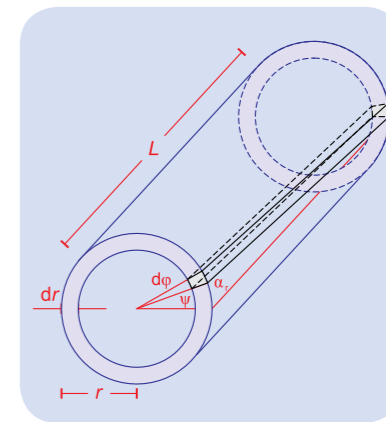


Рис. 1. Схема расчета момента  $dM_r$ , требуемого для приложения скручивающего усилия к полу цилиндру длиной  $L$ , радиусом  $r$  и с толщиной стенки  $dr$ .

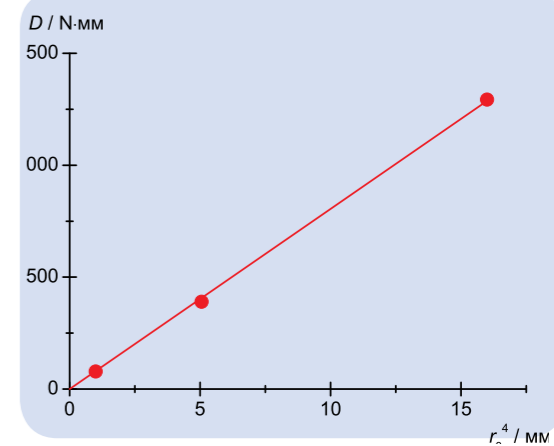


Рис. 2. Коэффициент кручения алюминиевых стержней длиной 500 мм как функция  $r_0^4$ .

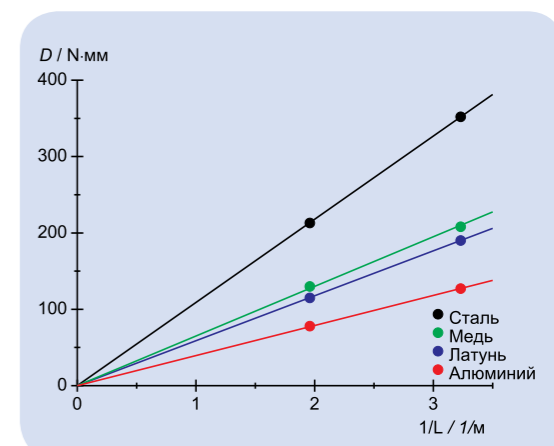
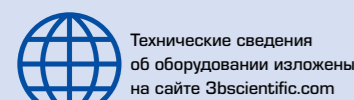


Рис. 3. Коэффициент кручения цилиндрических стержней как функция  $1/L$ .



Технические сведения об оборудовании изложены на сайте 3bscientific.com

2