
ЦЕЛЬ ОПЫТА

Определение коэффициента кручения и модуля сдвига

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТА

- Определить коэффициенты кручения цилиндрических стержней как функцию их длины.
- Определить коэффициенты кручения цилиндрических стержней как функцию их диаметра.
- Определить коэффициенты кручения цилиндрических стержней, изготовленных из различных материалов, а также определить их модули сдвига.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ

Для деформирования твердых тел требуется приложение внешней силы. Она действует, преодолевая собственное сопротивление тела деформации, которое зависит от материала, из которого изготовлено тело, а также его геометрии и направления приложенной силы. Деформация является упругой, обратимой и пропорциональной приложенной силе до тех пор, пока эта сила не слишком велика. Одним из часто исследуемых примеров является скручивающее усилие, прилагаемое к ровному цилиндрическому стержню, который закреплен на одном конце. Сопротивление стержня деформации можно численно анализировать и определять на установке, позволяющей инициировать колебания собственно стержня и диска маятника и затем измерять период этих колебаний.

ТРЕБУЕМОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

Количество	Наименование	№ по каталогу
1	Устройство для исследования скручивания	U8557300
1	Дополнительный набор к устройству для исследования скручивания	U8557430
1	Рамка с фотоэлементами	U11365
1	Цифровой счетчик (230 В, 50/60 Гц)	U8533341-230 или U8533341-115
	Цифровой счетчик (115 В, 50/60 Гц)	

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ

Для деформирования твердых тел требуется приложение внешней силы. Она действует, преодолевая собственное сопротивление тела деформации, которое зависит от материала, из которого изготовлено тело, а также его геометрии и направления приложенной силы. Деформация является упругой, обратимой и пропорциональной приложенной силе до тех пор, пока эта сила не слишком велика. Одним из часто исследуемых примеров является крутящее усилие, прилагаемое к ровному цилиндрическому стержню, который закреплен на одном конце, благодаря чему возможен численный анализ сопротивления

стержня деформации. Это возможно благодаря разделению стержня на радиальные и цилиндрические сегменты длиной L . До тех пор, пока стержень не изгибается, скручивающее усилие прилагается к незафиксированному концу и скручивает этот конец стержня на небольшой угол ψ , вызывая поворот сегментов, которые все имеют радиус r , на следующий угол:

$$(1) \quad \alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

(см. рис. 1). Тогда напряжение сдвига будет выражаться формулой:

$$(2) \quad \tau_r = \frac{dF_{r,sp}}{dA_{r,sp}} = G \cdot \alpha_r$$

G : модуль сдвига материала стержня

Компонент силы $dF_{r,sp}$, действующей в тангенциальном направлении на лицевую часть стержня:

$$(3) \quad \Delta A_{r,sp} = r \cdot d\varphi \cdot dr$$

определяется по формуле:

$$(4) \quad dF_{r,sp} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\varphi \cdot dr$$

Теперь легко рассчитать силу dF_r , требуемую для скручивания всего полого цилиндра радиусом r на угол ψ , вместе с соответствующим моментом dM_r :

$$(5) \quad dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Тогда для твердого стержня радиусом r_0 кручение будет определяться по формуле:

$$(6) \quad M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi, \quad \text{где } D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

Момент M остается пропорциональным углу поворота ψ в результате кручения, т. е. коэффициент жесткости при скручивании D является постоянным до тех пор, пока момент M не слишком велик. Если момент слишком высокий, деформация становится пластичной и необратимой. Чтобы определить коэффициент жесткости при скручивании в этом опыте, диск маятника соединяется с незафиксированным концом стержня. Пока угол отклонения не слишком велик, диск будет колебаться относительно оси скручивания с периодом

$$(7) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

J : момент инерции диска маятника

Когда момент инерции известен, коэффициент жесткости при скручивании можно определить по периоду колебаний. Чтобы повысить точность, общий момент инерции делится на момент инерции J_0 диска маятника и момент инерции двух дополнительных грузов m , которые расположены на радиусе R оси скручивания:

$$(8) \quad J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

Затем измеряется период колебаний T диска маятника с дополнительными грузами вместе с периодом колебаний T_0 диска маятника без грузов.

ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Уравнение для определения коэффициента кручения получается из уравнений (7) и (8), как описано ниже:

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

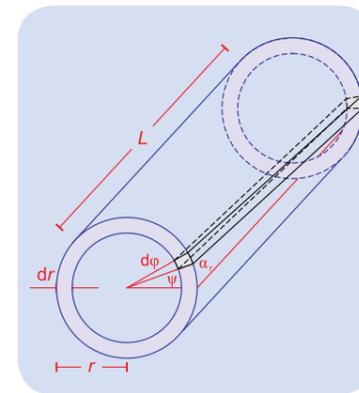


Рис. 1. Схема расчета момента dM_r , требуемого для приложения скручивающего усилия к полу цилиндру длиной L , радиусом r и с толщиной стенки dr .

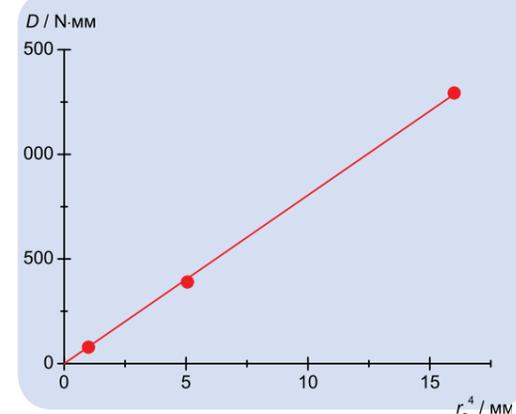


Рис. 2. Коэффициент кручения алюминиевых стержней длиной 500 мм как функция r_0^4 .

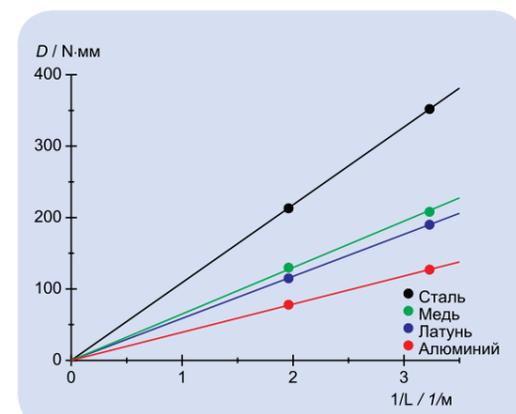
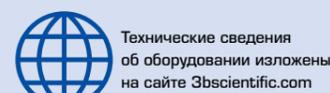


Рис. 3. Коэффициент кручения цилиндрических стержней как функция $1/L$.



Технические сведения об оборудовании изложены на сайте 3bscientific.com