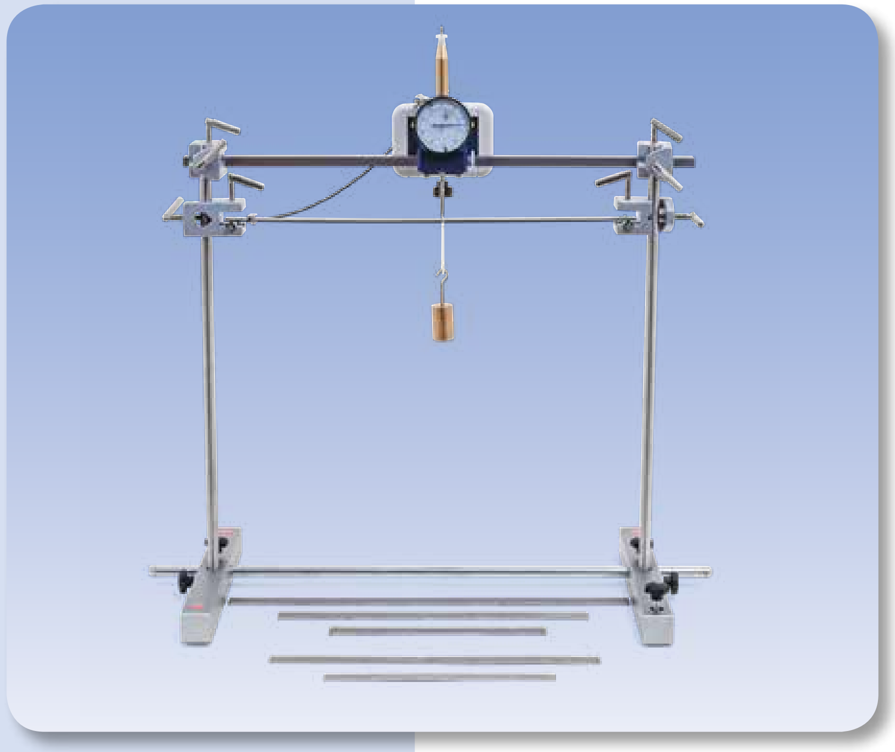
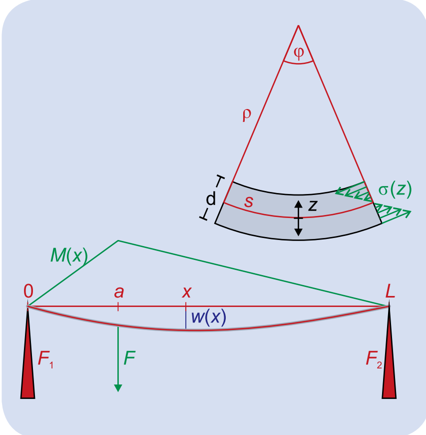
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА





ЦЕЛЬ ОПЫТА

Измерение деформации плоского бруса с опорами на обоих концах и определение модуля упругости

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТА

- **Измерить профиль деформации при центральной и смещенной от центра нагрузке.**
- **Измерить деформацию как функцию силы.**
- **Измерить деформацию как функцию длины, ширины и высоты, а также зависимость деформации от материала; определить модуль упругости материала.**

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ

Сопротивление плоского горизонтального бруса деформации в форме изгиба под действием внешней силы можно рассчитать математически, если степень деформации значительно меньше, чем длина бруса. Деформация пропорциональна модулю упругости E материала, из которого изготовлен брус. В этом опыте деформацию под действием известной силы можно измерить, а результаты измерения использовать для определения модуля упругости стали и алюминия.

ТРЕБУЕМОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

Количество	Наименование	N° по каталогу
1	Аппарат для измерения модуля упругости	**U8557260**
1	Дополнительный набор для определения модуля упругости	**U8557270**
1	Карманная рулетка, 2 м	**U10073**
1	Внешний микрометр	**U10070**

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ

Сопротивление плоского горизонтального бруса деформации в форме изгиба под действием внешней силы можно рассчитать математически, если степень деформации значительно меньше, чем длина бруса. Деформация пропорциональна модулю упругости E материала, из которого изготовлен брус. Поэтому деформацию под действием известной силы можно измерить, а результаты измерения использовать для определения модуля упругости.

Для расчета брус послойно разделяют на параллельные сегменты, которые сжимаются внутри и растягиваются снаружи. Нейтральные сегменты не подвергаются ни сжатию, ни растяжению. Относительное растяжение или сжатие ε других слоев и связанное с этим напряжение σ зависит от их расстояния z от нейтральных сегментов:

(1) $$\varepsilon(z) = \frac{s+\Delta s(z)}{s} = \frac{z}{\rho(x)} \quad \text{и} \quad \sigma(z) = E\cdot\varepsilon(z)$$

$\rho(x)$: местный радиус кривизны, вызванной изгибом

Технические сведения об оборудовании изложены на сайте 3bscientific.com

Таким образом, кривизна определяется местным изгибающим моментом:

(2) $$M(x) = \int_A \sigma(z)\cdot z\cdot \mathrm{dA} = \frac{1}{\rho(x)}\cdot E\cdot I\,,$$

где $I = \int_A z^2\cdot \mathrm{dA}$: момент инерции площади

В этом опыте вместо радиуса кривизны $\rho(x)$ можно измерять профиль деформации $w(x)$, по которому смещаются нейтральные сегменты от их положения покоя. Его можно рассчитать следующим образом, если изменения $dw(x)/dx$ из-за деформации достаточно малы:

(3) $$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2}(x) = \frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{E\cdot I},$$

профиль деформации получается двойным интегрированием.

Типовым примером является наблюдение бруса длиной L, который опирается на оба конца, и к которому в точке a приложена направленная вниз сила F. В состоянии равновесия сумма всех действующих сил равна нулю:

(4) $$F_1 + F_2 - F = 0$$

Точно также сумма всех моментов, действующих на брус в произвольно выбранной точке x, также равна нулю:

(5) $$M(x) - F_1\cdot x - F_2\cdot(L-x) + F\cdot(a-x) = 0$$

Кривизна или деформация на концах бруса не возникает, т. е. $M(0) = M(L) = 0$ и $w(0) = w(L) = 0$. Это значит, что $M(x)$ полностью поддается определению:

(6) $$M(\zeta) = \begin{matrix} F\cdot L\cdot(1-\alpha)\cdot\zeta; & 0\le\zeta\le\alpha \\ F\cdot L\cdot\alpha\cdot(1-\zeta); & \alpha<\zeta\le 1 \end{matrix}\,,$$

где $\zeta = \frac{x}{L}$ и $\alpha = \frac{a}{L}$

Профиль деформации получается двойным интегрированием

(7) $$w(\zeta) = \begin{matrix} \frac{F\cdot L^3}{E\cdot I}\cdot\left[(1-\alpha)\cdot\frac{\zeta^3}{6} - \left(\frac{\alpha^3}{6} - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha}{3}\right)\cdot\zeta\right] \\ \frac{F\cdot L^3}{E\cdot I}\cdot\left[\frac{\alpha^3}{6} - \left(\frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha}{3}\right)\zeta + \frac{\alpha}{2}\cdot\zeta^2 - \frac{\alpha}{6}\zeta^3\right] \end{matrix}\,.$$

В этом опыте форма профиля проверяется при нагрузке в центре бруса (α = 0,5) и при смещенной от центра нагрузке (α <0,5).

ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Когда нагрузка приложена в центре, справедливо следующее

$$w\left(x=\frac{L}{2}, a=\frac{L}{2}\right) = -\frac{F\cdot L^3}{48\cdot E\cdot I}$$

Для прямоугольника шириной b и высотой d выполняется следующий расчет:

$$I = \int_A z^2\cdot \mathrm{dA} = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} z^2\cdot b\cdot \mathrm{d}z = \frac{d^3}{12}\cdot b$$

В этом случае $$w\left(x=\frac{L}{2}, a=\frac{L}{2}\right) = -\frac{1}{4}\cdot\frac{F}{E}\cdot\frac{L^3}{d^3}\cdot\frac{1}{b}$$

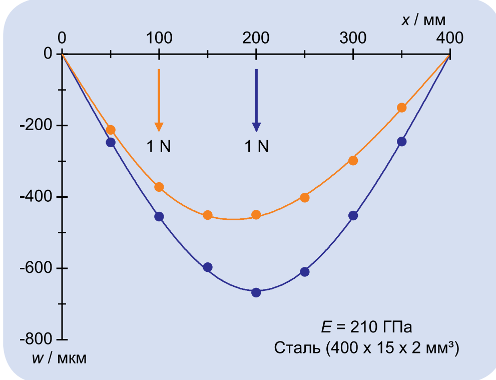


Рис. 1. Измеренный и расчетный профиль деформации для нагрузки, действующей в центре, и смещенной от центра нагрузки

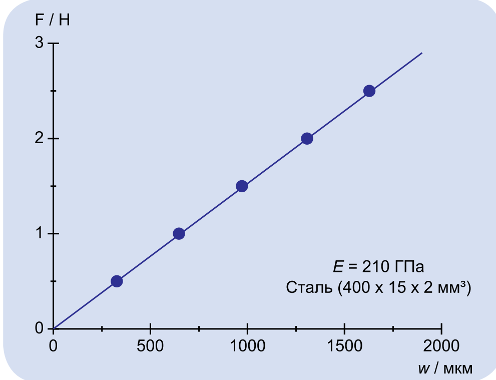


Рис. 2. Подтверждение закона Гука

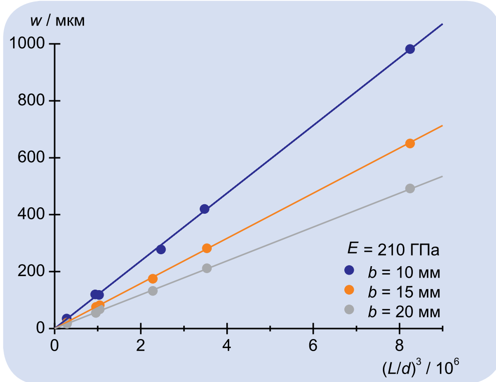


Рис. 3. Зависимость деформации от соотношения $(L/d)^3$

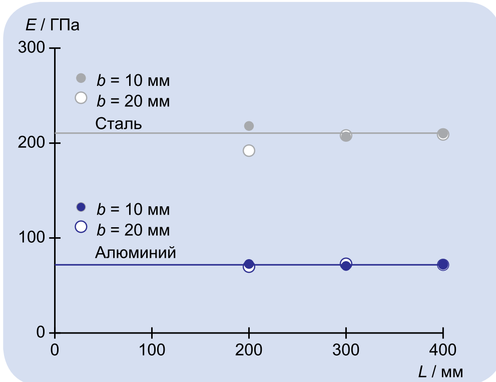


Рис. 4. Модуль упругости стали и алюминия